Subiectul I — Exercițiul 6

Matematica — M1_Mate-Info

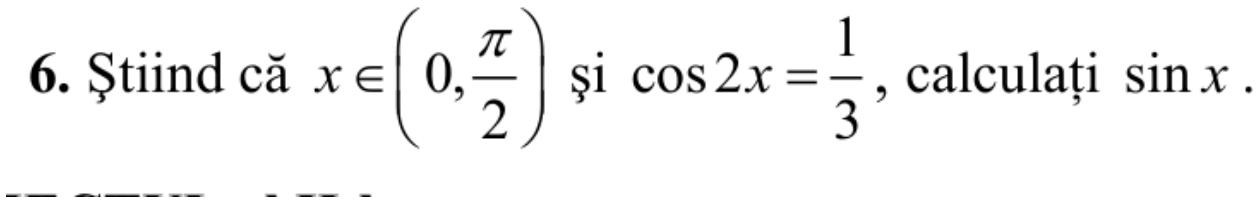
Toate aparițiile acestui exercițiu din toate modelele de examen din categoria de mai sus.

102 exerciții · din 102 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf



6. Ştiind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos 2x = \frac{1}{3}$, calculaţi $\sin x$.

Soluție (barem):

2 1cos2 1 2sin 3x x = − = 1sin 3 x = ± 10, sin 2 3 x x π ∈ ⇒ = 2p 2p 1p

2. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

5p | **6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB = AC = 5$ și $BC = 6$.

Soluție (barem):

12 ABC S = 4 abc R S= 25 8R = 2p 2p 1p

3. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

5p **6.** Determinați măsura unghiului C al triunghiului ABC, știind că $BC=2$, $AB=\sqrt{2}$ și măsura unghiului BAC este egală cu $45°$.

Soluție (barem):

1sin sin sin 2 BC AB CA C = ⇒ = ( ) 30 m C = ° ∢ , deoarece ( ) ( ) m A m C >∢ ∢ 3p 2p

4. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

5p | **6.** Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $AC=5$ și $BC=7$.

5. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **6.** Se consideră numerele reale a şi b astfel încât $a+b=\frac{\pi}{3}$. Arătați că $2\cos b=\cos a+\sqrt{3}\sin a$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de**

6. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p **6.** Calculaţi sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=6$, $BC=10$ şi $\sin C=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de**

7. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

vectorului AC.

6. Calculaţi sinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $BC=5$ şi $\sin C=\frac{4}{5}$.

IECTUL al II-lea **(30 de**

8. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Determinaţi $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, ştiind că $\frac{3\sin x + \cos x}{\sin x} = 4$.

Soluție (barem):

3sin cos 4sin sin cos x x x x x + = ⇒ = 4x π= 3p 2p

9. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, ştiind că $BC=8$, $A=\frac{\pi}{4}$ şi $C=\frac{7\pi}{12}$.

10. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\frac{1+\sin x}{\sin x} = \frac{1+\cos x}{\cos x}$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

cos sin cos sin sin cos cos sin x x x x x x x x + = + ⇔ = 2p 4x π= 3p

11. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Arătați că $\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}=0$.

Soluție (barem):

2sin 4 2 π = 2p 3 2 3 cos sin cos 0 4 2 4 4 π π π = − ⇒ + = 3p

12. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 3$ și $BC = 3\sqrt{2}$. Determinați $\cos C$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

ABC Δ este dreptunghic isoscel 3p 2cos 2C = 2p

13. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

6. Calculați aria triunghiului isoscel ABC știind că $A=\frac{\pi}{2}$ și $AC=4$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

ABC Δ dreptunghic isoscel 4AB ⇒ = 2p 4 4 82 ABC Δ ·= = A 3p

14. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că $AB=12$ şi $C=\frac{\pi}{6}$.

15. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Arătați că $\left(\sin x+\sin\left(\pi-x\right)\right)^2+\left(\cos x+\cos\left(2\pi-x\right)\right)^2=4$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( )sin sin x x π − = , ( )cos 2 cos x x π − = 2p ( ) ( ) ( ) 2 2 2 2 2sin 2cos 4 sin cos 4 x x x x + = + = , pentru orice număr real x 3p

16. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Arătaţi că $\sin(\pi - x)\sin x - \cos(\pi - x)\cos x = 1$, pentru orice număr real x.

17. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $AC=12$ și $BC=13$. Arătaţi că $\sin C=\frac{5}{13}$.

18. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

6. Arătați că $\sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) = 0$, pentru orice număr real x.

19. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $A=\frac{3\pi}{4}$ şi $BC=\sqrt{2}$.

20. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Determinaţi $a \in (0,\pi)$, ştiind că $\left(\sin\frac{\pi}{7}-\cos a\right)^2+\left(\cos\frac{\pi}{7}-\sin a\right)^2=2$.

Soluție (barem):

2 2 2 2 sin 2sin cos cos cos 2cos sin sin 2 2 2sin 2 7 7 7 7 7 a a a a a π π π π π − + + − + = ⇔ − + = 3p Cum ( )0, a π∈ , din relația sin 0 7 aπ + = , obținem 6 7a π= 2p

21. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB=10$, $AC=10$ și $BC=12$. Arătaţi că $\sin B=\frac{4}{5}$.

Soluție (barem):

8AD = , unde AD BC ⊥ , D BC ∈ 2p 4sin 5 AD B AB = = 3p

22. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin 2x = \frac{24}{25}$.

Soluție (barem):

Cum 0, 2x π ∈ , obținem 2 3cos 1 sin 5x x = − = 3p 4 3 24 sin 2 2sin cos 2 5 5 25 x x x = = · · = 2p

23. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

6. Arătați că $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=0$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

3 3 3 3 3 sin sin 3 sin 3 sin sin 2 2 2 2 2 x x x x π π π π π π π π − = − − = − + = − + = + 3p 3 3 3 3 sin sin sin sin 0 2 2 2 2 x x x x π π π π + − − = + − + = , pentru orice număr real x 2p

24. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătaţi că $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\sin x+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\cos x=0$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin sin cos cos cos 2 2 2 x x x x x x π π π + + + = + − = 3p cos 0 2 π= = , pentru orice număr real x 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 2 0 0 2 0 0 2 0 2 0 det 2 0 2 0 0 0 1 0 0 1 A A = ⇒ = = 2p 4= 3p b) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 2 2 0 0 0 2 0 det 0 2 0 2 4 2 0 1 2 0 1 x x x x A x B x x A x B x x x x + = ⇒ + = = − = 3p ( )( )22 det x B x = − = , pentru orice număr real x 2p c) ( ) ( ) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 2 0 0 2 0 0 n p np A n B p n p np = = , ( ) 0 0 3 3 0 3 0 2 0 0 B = 2p ( ) ( ) ( )3 3 A n B p B np = ⇔ = și, cum nși p sunt numere naturale, obținem 1n= , 3p= sau 3n= , 1p= 3p 2.a) ( ) 3 2 1 0 1 1 8 1 3 0 f a = ⇔ + · + · + = 2p 12 a= − 3p Ministerul Educației Naționaleși CercetăriiȘtiințifice Centrul Național de Evaluareși Examinare Probă scrisă la matematică M_mate-info Model Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocaț

25. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Determinaţi numerele reale x, știind că $\sin 2x = \cos x$ și $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

Soluție (barem):

( )2sin cos cos cos 2sin 1 0 cos 0 x x x x x x = ⇔ − = ⇔ = sau 1sin 2x = 3p Cum ,2x π π ∈ , obținem 2x π= sau 5 6x π= 2p

26. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

6. Calculați lungimea razei cercului circumscris unui triunghi ABC, în care $AB = 6\sqrt{2}$ şi $C = \frac{\pi}{4}$.

Soluție (barem):

6 2 2sin 22 2 AB R R C = ⇒ = = · 3p 6= 2p

27. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

6. Arătați că $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) 2 2 2 sin cos sin 2 sin 2sin cos cos 2sin cos x x x x x x x x x − + = − + + = 3p 2 2 sin cos 1 x x = + = , pentru orice număr real x 2p

28. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Arătați că $\left(1+\text{tg}^2 x\right)\cos^2 x-\left(1+\text{ctg}^2 x\right)\sin^2 x=0$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

29. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătaţi că $\sin x+\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)+\sin(2\pi-x)=0$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( )sin sin x x π − = , ( )sin sin x x π + = − , ( )sin 2 sin x x π − = − 3p ( ) ( ) ( ) ( ) ( )sin sin sin sin 2 sin sin sin sin 0 x x x x x x x x π π π + − + + + − = + + − + − = , pentru orice număr real x 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 2 3 1 2 3 1 2,3 1 2 3 det 2,3 1 2 3 2 1 3 2 1 3 A A = ⇒ = = 2p 12 1 18 4 6 9 12 = + + − − − = 3p b) ( )( ) ( ) ( ) 2 2 2 2 2 2 2 2 1 1 1 1 1 det , 1 1 1 1 0 1 1 1 0 1 1 1 n n n n A n n n n n n n n n n n n n n n n = = + + = + + − − = − − 3p ( )( ) ( ) 22 1 1 1 0 n n n n = + + − + ≥ , pentru orice număr natural n 2p c) ( ) ( ) 2 3 2 2 2 2 3 2 3 2 2 2 1 2 1 2 2 1 ,0 ,0 3 1 2 1 2 1 x x x x x x x x B x x B A x A x B x x x x x x x x x x x x + + + + = ⇒ · = · = + + + + + + + 3p Inversa matricei B este matricea ( ) ( ) ( ) 3,0 ,0 ,0 A x B A x A x B I ⇔ · = · = , deci 0x= 2p 2.a) ( ) 21 1 1 1 1 nf n n = · + − · − = 3p 1 1 0 n n = + − − = , pentru orice număr natural n, 3n≥ 2p Ministerul Educației Naționale Centrul Național de Evaluareși Examinare Probă scrisă la matematică M_mate-info

30. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Determinaţi numărul real x, știind că $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 2 = 0$ și $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

Soluție (barem):

( ) 2tg 1 1tg 2 0 0 tg tg xx x x ++ + = ⇔ = 2p tg 1 x = − și, cum ,2x π π ∈ , obținem 3 4x π= 3p

31. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Calculați aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB=6$, $AC=10$ și $m(\sphericalangle BAC)=\frac{\pi}{6}$.

[ECTUL al II-lea **(30 d**

Soluție (barem):

( )2 sin 6 10 sin 6ABCD ABC AB AC BAC π Δ= = · · = · · = ∢A A 3p 16 10 30 2= · · = 2p

32. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

6. Calculați lungimea razei cercului circumscris ΔABC, știind că $BC = 4$, $B = \frac{\pi}{3}$ și $C = \frac{\pi}{6}$.

33. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Arătați că $\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=0$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin cos sin cos cos sin cos cos sin sin 4 4 4 4 4 4 4 x x x x x x π π π π π π + − − = + − + = 2p ( )2 cos sin cos sin 0 2 x x x x = + − − = , pentru orice număr real x 3p

34. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle A)=45^\circ$ şi $m(\sphericalangle C)=30^\circ$. Determinați lungimea laturii BC.

35. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Determinaţi $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, știind că $1+3\cos x = \cos 2x$.

Soluție (barem):

( )( )2 2 1 3cos 2cos 1 2cos 3cos 2 0 cos 2 2cos 1 0 x x x x x x + = − ⇔ − − = ⇔ − + = 3p 1cos 2x = − și, cum ,2x π π ∈ , obținem 2 3x π= 2p

36. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

6. Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, știind că $AB=6$ și aria triunghiului ABC este egală cu 24.

Soluție (barem):

624 8 2 2 ABC AB AC AC AC Δ · · = ⇒ = ⇒ =A 3p 10 BC = 2p

37. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Arătați că $1+\cos\pi+\cos 2\pi+\cos 3\pi+\ldots+\cos 2019\pi=0$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

cos 2 1 kπ = și ( )cos 2 1 1 k π+ = − , unde k ∈ ℤ 2p ( ) ( ) ( ) ( )1 cos cos 2 cos3 cos 2019 1 1 1 1 1 1 1 1 0 π π π π + + + + + = + − + + − + + + − + + − = … … 3p

38. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

6. Arătați că $\sin(a-b)\sin(a+b)=(\sin a-\sin b)(\sin a+\sin b)$, pentru orice numere reale a și b.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 2 2 sin sin sin cos sin cos a b a b a b b a – + = · – · = 2p ( ) ( ) ( )( )2 2 2 2 2 2 sin 1 sin sin 1 sin sin sin sin sin sin sin a b b a a b a b a b = – – – – = – = – + , pentru orice numere reale și b 3p

39. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 2\sqrt{3}$, $A = \frac{\pi}{4}$ și $B = \frac{5\pi}{12}$. Determinaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC.

40. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $3\cos x - 2 = 2\cos 2x$. Calculați $\cos x$.

Soluție (barem):

( )2 2 3cos 2 4cos 2 4cos 3cos 0 cos 4cos 3 0 x x x x x x − = − ⇔ − = ⇔ − = 3p Cum 0, 2x π ∈ , obținem 3cos 4x = 2p

41. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\cos x \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}$.

42. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p **6.** Se consideră $E(x)=\operatorname{tg}\frac{x}{2}-\operatorname{ctg}\frac{x}{2}+\operatorname{ctg}x+2\sin\frac{5x}{3}$, unde $x\in(0,\pi)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

43. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x - \cos x$.

44. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p | **6.** Calculați $S = \cos\pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \ldots + \cos 2020\pi$.

45. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=4$. Știind că aria ΔABC este egală cu 6, calculați lungimea laturii BC.

46. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p | **6.** Știind că $x \in (\pi, 2\pi)$ și $\cos 2x = \frac{1}{3}$, calculați $\sin x$.

47. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **6.** Calculați perimetrul triunghiului ABC, știind că $AB=2$, $AC=3$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

48. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p | **6.** Determinați $\sin x$, știind că $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$.

49. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AB=2$ și $\cos C=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

50. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

modulul vectorului $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 60$, $AC = 80$ și $BC = 100$. Calculați lungimea înălțimii AD a triunghiului ABC.

51. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p | **6.** Calculați $\sin 2x$, știind că $(2\sin x+\cos x)^2=2+3\sin^2 x$.

52. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **6.** Calculați măsura unghiului A al triunghiului ascuțitunghic ABC, știind că $4\mathcal{A}_{\Delta ABC} = AB \cdot AC$.

53. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

54. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $\sin 2x - 3\sin x - 2\cos x + 3 = 0$.

55. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC cu $BC = R$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului. Calculați măsura unghiului A al triunghiului ABC.

56. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p | **6.** Calculați $\cos x$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $2\left(\cos^4 x - \sin^4 x\right) = -1$.

57. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p **6.** Arătați că, dacă ABC este un triunghi oarecare, atunci $\cos A < \frac{1}{2}\left(\frac{AB}{AC}+\frac{AC}{AB}\right)$.

58. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p **6.** Arătați că, dacă $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ și $\sin x + \cos x = \cos 2x$, atunci $\sin x - \cos x = -1$.

59. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p **6.** Arătați că, dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos x$, atunci $x = \frac{\pi}{8}$.

60. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p **6.** Se consideră R, raza cercului circumscris triunghiului ABC și r, raza cercului înscris în triunghiul ABC. Știind că $\sin A+\sin B+\sin C=\frac{1}{rR}$, arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 1.

61. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Măsurile unghiurilor A, B și C ale triunghiului ABC sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. Demonstrați că măsura unghiului B este egală cu $\frac{\pi}{3}$.

Soluție (barem):

A B C π+ + = , 2 B A C = + 3p 3 3B B ππ= ⇒ = 2p

62. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

prin punctul M și este perpendiculară pe dreapta OM.

6. Triunghiul ABC este dreptunghic în A și $\sin B = \cos B$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

Soluție (barem):

sin AC B BC = 2p cos AB B AB AC BC = ⇒ = , deci triunghiul ABC este isoscel 3p

63. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**6.** Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $\sin 2x + 2\sin^2 x = 0$.

64. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Demonstrați că, în orice triunghi ABC, are loc relația $AB + AC + BC = 2R\left(\sin A + \sin B + \sin C\right)$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului.

Soluție (barem):

2 sin sin sin BC AC AB R A B C = = = 2p 2 sin , 2 sin BC R A AC R B = = și ( )2 sin 2 sin sin sin AB R C AB AC BC R A B C = ⇒ + + = + + 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 0 1 2 0 1 2 0,1 1 2 3 det 0,1 1 2 3 0 1 1 0 1 1 X X = ⇒ = = 2p 0 2 0 0 0 1 1 = + + − − − = 3p b) ( )( ) 1 2 det , 1 2 0 1 1 a a a X a b b b b b a + + = + + = − , pentru orice numere reale și b 3p Pentru a b ≠ , ( )( )det , 0 X a b ≠ , deci sistemul de ecuații are soluție unică 2p c) Dacă a b ≠ , sistemul are soluția unică ( )0,2, 1 − și ( ) 22 2 2 0 0 0 2 2 1 2 0 3 y z ax a − − = − − − − ⋅ = , pentru orice număr real a 2p Dacă a b = , sistemul are soluțiile ( ), 2 , 1 a a α α α + − − , unde α ∈ ℝ, deci 2 2 0 0 0 2y z ax − − = ( ) ( ) 2 2 2 2 2 2 2 1 2 4 4 1 2 2 3 a a a a a a a a a α α α α α α α α = + − − − − − = + + − − − − = , pentru orice număr real a 3p 2.a) ( ) ( )3 3log 10 1 log 9 5 10 5 1 1 4 1 − ∗ = − + = + = 3p 24 1 17 = + = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Simulare Barem de evaluareși de notare

65. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Speciala Subiect V07 · V07

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=12$, $AC=16$ și $BC=20$. Arătați că $\frac{r}{R}=\frac{2}{5}$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC și R este raza cercului circumscris triunghiului ABC.

Soluție (barem):

2 2 2 BC AB AC ABC = + ⇒ Δ este dreptunghicîn 10 2 BC A R ⇒ = = 2p 48 ABC PΔ = și 12 16 96 96 4 2 24 ABC rΔ ⋅= = ⇒ = = A , de unde obținem 4 2 10 5 r R = = 3p

66. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

6. Arătați că $\frac{1}{1+\operatorname{tg} x}+\frac{1}{1+\operatorname{ctg} x}=1$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

1 1 1 1 1 tg 11 tg 1 ctg 1 tg 1 tg tg 1 1 tg x x x x x x x + = + = + = + + + + + + 3p 1 tg 11 tg x x + = = + , pentru orice 0, 2x π ∈ 2p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 0 2 0 0 2 0 1 1 3 0 det 1 1 3 0 0 0 2 0 0 2 A A = − ⇒ = − = 2p ( )0 0 0 0 0 4 4 = + + − − − − = 3p b) ( ) ( ) 1 2 2 2 0 1 2 2 2 0 0 0 1 a b ab b ab a A a A b a b ab a b ab a b ab − − − + + · = − − − + + + = + + + 3p ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 1 2 0 1 2 0 0 0 1 a b ab a b ab a b ab a b ab A a b ab a b ab − + + + + = − + + + + + = + + + + + , pentru orice numere reale și b 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Testul 1 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 2 c) Cum ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )A a A b A c A a b ab A c A a b c ab ac bc abc · · = + + · = + + + + + + , obținem 0a b c ab ac bc abc + + + + + + =

67. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

6. Determinați $x \in (0, \pi)$ pentru care $2\sin x \sin(\pi - x) = 1$.

Soluție (barem):

2 22sin 1 sin 2x x = ⇒ = − sau 2sin 2x= 2p Cum ( )0, x π∈ , obținem 2sin 2x= , deci 4x π= sau 3 4x π= 3p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 2 3 4 2 3 4 2 1 2 3 det 2 1 2 3 1 1 2 1 1 2 A A = ⇒ = = 2p 8 4 9 8 6 6 1 = + + − − − = 3p b) ( ) ( ) 3 3 5 4 7 5 1 6 9 12 2 4 6 a a a A a A a a a + + + = + + + , pentru orice număr real a 2p ( ) ( ) 5 8 4 8 1 5 8 4 8 2 4 2 5 a a a A A a a a a a a a + + + = + + + + + + , pentru orice număr real a, deci ( ) ( ) ( ) ( )1 1 A a A A A a = implică 1a= , care convine 3p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Testul 2 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 2 c) ( )( ) ( ) 2 1 2 det 1 2 3 1 1 1 a a a A a a a + + = = − , pentru orice număr real a 3p Cum 1 2 01 1 ≠ , matricea ( )A a are rangul doi 1a⇔ = 2p 2.a) 3 3 3 3 3 3 = · + + = ө ө ө ө ө ө ◦ 2p 3

68. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **6.** Se consideră expresia $E(x)=\sin x-\sin(\pi-x)+\cos x+\cos(\pi-x)+\operatorname{tg}2x$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$.

Arătați că $E\left(\frac{\pi}{8}\right)=1$.

69. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in (0,1)$ pentru care $4\cos x \cos(\pi - x) + 3 = 0$.

Soluție (barem):

Cum ( )cos cos x x π − = − , obținem 24cos 3 0 x− + = , deci 2 3cos 4x= 2p Pentru ( )0,1 x∈ , cos 0 x> , deci 3cos 2x= și 6x π= , care convine 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) 1 0 0 det 0 2 0 0 0 3 A= = 2p 1 2 3 0 0 0 0 0 6 = · · + + − − − = 3p b) 0 1 0 0 1 0 0 0 2 0 0 1 0 0 0 0 0 0 A B B · + = + = 3p 0 2 0 0 0 3 0 0 0 B A = = · 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișși Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Testul 4 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 2 c) Cum 0 0 0 0 0 0 0 0 0 B B B · · = , obținem ( )1 2 2 0 x y + + − = și ( ) ( )2 1 3 2 0 x y + + − = 3p 1x= − , 2y= 2p 2.a) 42 4 2 16 ∗ = = 2p 24 2 4 16 ∗ = = , deci 2 4 4 2 ∗ = ∗ 3p b) 12 1 2 2 ∗ = = și 21 2 1 1 ∗ = = 2p Deoarece 2 1 1 2 ∗ ≠ ∗ , legea de compoziție „ ∗” nu este comutativă 3p c) ( ) 32 2 64 4 64 4 4 nn n ∗ ∗ < ⇔ ∗ < ⇔ < 3p Cum n est

70. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu măsura unghiului A de $30°$. Arătați că lungimea laturii BC este egală cu lungimea razei cercului circumscris triunghiului.

Soluție (barem):

2sin BC RA = , unde R este raza cercului circumscris triunghiului 2p Cum 1sin 2A= , obținem 2 2 BC R = , deci BC R = 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) 2 0 0 0 2 0 0 0 2 A m A m + – = , pentru orice număr real m 2p ( ) ( )( ) 2 0 0 det 0 2 0 8 0 8 0 0 2 A m A m + – = = – = , pentru orice număr real m 3p b) ( ) ( ) 2 1 0 0 2 1 0 2 1 A m A m m m m · = , pentru orice număr real m 3p ( ) ( ) ( ) 2 1 0 0 1 0 0 0 2 1 0 0 1 0 0 0 0 1 2 1 A m A m A m m m m · = ⇔ = ⇔ = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișși Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Testul 5 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 3 c) ( ) ( ) 0 0 0 2 1 2 1 0 0 0 1 0 A k A k – – = – – , pentru orice număr natural nenul k 2p ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 0 0 0 1 2 3 4 … 2 1 2 1 0 0 1 0 0 1 0 A A A A A n A n n n A A

71. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

6. Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $\sin 2x + 6\cos x - \sin x - 3 = 0$.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( )( )2sin cos 6cos sin 3 0 2cos sin 3 sin 3 0 sin 3 2cos 1 0 x x x x x x x x x + − − = ⇔ + − + = ⇔ + − = 2p sin 3 0 x+ ≠ , deci 1cos 2x= și, cum ( )0, x π∈ , obținem 3x π= 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) 2 0 1 det 1 1 0 2 1 0 4 0 0 4 1 1 A − = − = + + − − − = − − 3p 3 4 1 = − = − 2p b) Cum 1 1 11 m m m m − − = − + − = − 3p 1 0 = − ≠ , deci matricea ( )M m are rangul cel puțin egal cu 2, pentru orice număr real m 2p c) ( ) 3 1 0 0 1 0 0 2 1 0 0 1 0 2 0 1 0 0 1 M m A I m m m · = ⇔ + − − = − − 3p 2m = − , care convine 2p 2.a) ( ) ( ) ( )( )2 2 2 2 2 2 2 i i i i i i + − = + + − + + − = ◦ 3p 24 4 9 i= + − = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișiîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Testul 6 Barem de evaluare și de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 2 b) ( ) ( ) ( )( ) ( ) ( )( )1 1 1 1 1 1 1 1 A a i a i a i a i a i = − + + − + − + − + + − + − = 2p ( ) ( ) ( ) 2 2 2 2 1 1 1 0

72. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu unghiul A ascuţit, $AB=4$, $AC=5$ şi aria egală cu 6. Calculați cosinusul unghiului A.

Soluție (barem):

sin 4 5 sin 3 6 sin 2 2 5 ABC AB AC A A A · · · = ⇒ = ⇒ = A 3p 2 2 16 cos 1 sin 25 A A = − = și, cum unghiul A este ascuțit, obținem 4cos 5A= 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( )( ) ( ) ( ) ( ) 22 1 1 det 1 1 1 1 2 1 2 1 1 2 1 a a A a a a a a a a a + = + = + + + − − + − + = 3p ( ) 2 2 2 2 2 1 a a = + = + , pentru orice număr real a 2p b) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 1 1 0 3 2 2 2 1 2 2 2 1 0 1 1 1 , 0 2 4 2 2 , 0 4 2 2 2 2 2 0 1 4 2 1 4 3 2 2 1 a a a a a A A a A a a A A a a a a a a a a + + + + + = · = + + · = + + + + + + + , pentru orice număr real a 3p 3 2 2 2 1 2 2 2 1 2 4 2 2 4 2 2 2 2 0 4 2 1 4 3 2 2 1 a a a a a a a a a a a a a a a a + + + + + + + = + + ⇔ = + + + + + 2p c) Sistemul este compatibil determinatși are soluția ( )0 0 0 , , x y z , cu 0 1x = , 0 2y = și 0 4z = 3p Cum 2 0 0 0 4x z y = = , obținem că 0x , 0yși 0z sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info

73. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

6. Calculați $\operatorname{tg} x$, știind că $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ și $\sin x = -\frac{8}{17}$.

74. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **6.** Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, știind că $\operatorname{tg} C = 1$ și că triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază 3.

75. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=12$, $AC=16$ și $BC=20$. Arătați că $\frac{r}{R}=\frac{2}{5}$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC și R este raza cercului circumscris triunghiului ABC.

Soluție (barem):

2 2 2 BC AB AC ABC = + ⇒ Δ este dreptunghicîn 10 2 BC A R ⇒ = = 2p 48 ABC PΔ = și 12 16 96 96 4 2 24 ABC rΔ ⋅= = ⇒ = = A , de unde obținem 4 2 10 5 r R = = 3p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 4 1 2 4 1 2 4 2 1 3 det 4 2 1 3 7 2 1 7 2 1 A A − − = ⇒ = = 2p ( ) ( )4 21 8 14 2 24 5 = + + − − − − − = 3p b) ( )( )det 5 15 A a a = − , pentru orice număr real a 2p Matricea ( )A a nu este inversabilă ( )( )det 0 A a ⇔ = , deci 3a= 3p c) Pentru 3a= soluțiile sistemului de ecuații sunt de forma ( )1 5 , 1 13 , α α α + − − , unde α ∈ ℝ 3p 2 2 0 0 0 8 0 8 z x y α α α = + ⇔ + = ⇔ = − sau 0α = , deci ( ) ( )0 0 0 , , 39,103, 8 x y z = − − sau ( ) ( )0 0 0 , , 1, 1,0 x y z = − 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Testul 10 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 2 2.a) 3log 3 4 3 4 ∗ = = 3p 4 2 = = 2p b) 3log 9 29x x x x ∗ = = = , pentru o

76. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p	**6.** Arătați că $\sin\frac{25\pi}{6}+\cos\frac{23\pi}{3}=1$.

77. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

6. Arătați că $\sin\frac{5\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Soluție (barem):

5 5 5 12 12 12 12 sin sin 2sin cos 2sin cos 12 12 2 2 4 6 π π π π π π π π + − + = = = 3p 2 3 6 2 2 2 2 = · · = 2p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 2 2 1 2 2 1 4,2 1 4 3 det 4,2 1 4 3 3 2 2 3 2 2 A A − − = ⇒ = = − − 2p ( ) ( ) ( ) ( )16 2 18 12 12 4 0 = + − + − − − − − − = 3p b) ( ) ( ) ( ) ( )( ) 2 1 1 2,1 1 2 3 det 2,1 0 rang 2,1 2 3 2 1 A A A − = ⇒ = ⇒ ≤ − 3p Cum 2 1 5 0 1 2 − = ≠ , obținem că rangul matricei ( )2,1 A este egal cu 2 2p c) ( )( )2 2 3 1 3 1 3 0 n n p p n p n p − + = − + ⇔ − + − = 2p Cum nși p sunt numere naturale nenuleși distincte, obținem 3n p + = , iar perechile sunt ( )1,2 și ( )2,1 3p 2.a) ( ) ( )31 3 1 3 6 3 −− ∗ = − − − + = 3p 1 1 3 6 3 = − + − + = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Testul 12 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 2 b) ( ) ( ) ( )33 3 6 2 9 3 3 x y z xy

78. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin 2A \cdot \cos A = \sin A$. Arătați că $A = \frac{\pi}{4}$.

Soluție (barem):

În ABC Δ , 2sin cos cos sin A A A A · · = , deci 2 1cos 2A = 3p Cum unghiul A este ascuțit, obținem 1cos 2 A = , deci 4A π= 2p

79. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în C. Arătați că $\operatorname{tg} B = \dfrac{1}{\operatorname{tg} A}$.

Soluție (barem):

tg BC A AC = 2p 1 1 tg tg AC B BC BC A AC = = = 3p

80. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, în care $AC = 3$ și măsurile unghiurilor A și B sunt de $30°$, respectiv $60°$.

Soluție (barem):

Unghiul C are măsura egală cu 90 , deci triunghiul ABC este dreptunghicîn C 2p 3sin 2Bși, cum 3AC , obținem 2 3 AB 3p

81. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, în care $\sin(A+B)+\cos C=1$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

Soluție (barem):

A B C π+ = − , deci sin cos 1 C C + = 2p 2 2 sin 2sin cos cos 1 sin2 0 C C C C C + + = ⇒ = și, cum ( )0, C π∈ , obținem 2C π= , deci triunghiul ABC este dreptunghic 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( )( ) ( ) ( ) 1 3 1 det 1 2 1 1 1 1 1 2 3 1 3 1 1 1 1 1 1 3 1 2 3 1 1 3 1 A = − = · · + · · + · − · − · · − − · · − · · = 3p 1 6 3 1 3 6 0 = + − − + − = 2p b) ( ) 0 0 0 0 0 0 0 a B a a = , ( ) ( ) 2 2 0 0 0 0 0 0 0 a B a B a a · = , pentru orice număr real a 2p ( ) ( ) ( ) ( ) 3 3 3 3 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 a B a B a B a a B a · · = = = , pentru orice număr real a 3p Ministerul Educației Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație Probă scrisă la matematică M_mate-info Simulare Barem de evaluare și notare Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică Pagina 2 din 3 c) ( )( )det 0 A a = ; cum ( )( ) 2det 3 2 A a a a = − + − , obținem 1a= , pentru care sistemul este incompatibil, deci nu convine, sau 2a= , pentru care sistemul are o infinitate de soluții 2p Dacă 2a= , soluția sistemului este ( ) ( )0 0 0 , , 1,

82. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, astfel încât $BC=10$ și $\sin B=2\sin C$. Arătați că lungimea laturii AB este egală cu $2\sqrt{5}$.

Soluție (barem):

sin AC B BC = , sin AB C BC = , deci 2AC AB = 2p Cum 2 2 100 AB AC + = , obținem 2 5 AB = 3p

83. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\sin 2x-2\operatorname{tg}x\cdot\sin\frac{2x}{3}$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

Soluție (barem):

sin 1 2 π = , tg 1 4 π = , 1sin 6 2 π = 3p 11 2 1 1 1 0 4 2 E π = – · · = – = 2p

84. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu $AB=10$ și $\cos A=0$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 50.

85. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB=8$, măsura unghiului C de $30°$ și punctul O, centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Determinați distanța de la punctul O la latura AB.

Soluție (barem):

82 8 1sin 2sin 2 2 AB AB R R C C = = = = ⋅, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC 2p Triunghiul OAB este echilateral cu latura egală cu 8 , deci distanța de la punctul O la latura AB este 4 3 OM = , unde M este mijlocul segmentului AB 3p

86. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Determinați $x \in [0, \pi]$ pentru care $\sin 2x = 1 + \cos 2x$.

Soluție (barem):

22sin cos 2cos 2cos sin cos 0 x x x x x x 2p Cum 0, x , obținem 2x sau 4x 3p

87. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\sin x+4\cos\frac{x}{3}\sin\frac{2x}{3}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right)=4$.

88. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=6$ și înălțimea $AD=3$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $2\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

Triunghiul ADB este dreptunghicîn D , deci 3 3 BD = 2p 4 3 BC = , deci 2 3 R = 3p

89. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 4. Arătați că $BC=4$.

90. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC, cu $AB=5$, $C=\frac{\pi}{4}$ și înălțimea $AD=4$. Arătați că $BC=7$.

Soluție (barem):

4DC 2p 3BD , deci 3 4 7 BC BD DC 3p

91. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M1_Mate-Info_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\operatorname{tg}x-4\cos\frac{x}{2}\cdot\cos x$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$.

92. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

real. Determinați numărul real a, știind că dreptele OA și BC sunt paralele.

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=9$ și $B=\frac{\pi}{3}$. Arătați că $AB=3\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

tg AC B AB = , deci 93 AB = 3p 9 3 3 3 AB = = 2p

93. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=12$ și $AB=\frac{BC}{2}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $18\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

6AB = , 6 3 AC = 2p 6 6 3 18 3 2ABC Δ ⋅ = = A 3p

94. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 18 și $B=\frac{\pi}{4}$. Arătați că $AB=6$.

Soluție (barem):

AB AC = 2p 18 2 AB AB · = , deci 2 36 AB = , de unde obținem 6AB = 3p

95. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB=6$, $BC=10$ și $\cos B=\frac{4}{5}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 18.

Soluție (barem):

3sin 5B 3p sin 1 3 6 10 18 2 2 5 ABC AB BC B A 2p

96. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 32 și $BC = AB\sqrt{2}$. Arătați că $AC = 8$.

Soluție (barem):

1 2 AB BC = , de unde obținem 4B π= , deci AB AC = 3p 32 2 AB AC · = , de unde obținem 8AC = 2p

97. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 32 și $BC = AB\sqrt{2}$. Arătați că $AC = 8$.

Soluție (barem):

1 2 AB BC = , de unde obținem 4B π= , deci AB AC = 3p 32 2 AB AC · = , de unde obținem 8AC = 2p

98. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M1_Mate-Info_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $A=\frac{\pi}{2}$, $C=\frac{\pi}{3}$ și $AE=2$, unde E este punctul în care bisectoarea unghiului C intersectează latura AB. Arătați că distanța de la punctul B la dreapta CE este egală cu $2\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

/circumflexnosp4char/circumflexnosp4char 6ECB EBC , deci EB EC , de unde obținem , , d B CE d C BE CA 3p
/circumflexnosp4chartg AE ACE AC , deci 1 2 3 AC , de unde obținem , 2 3 d B CE 2p

99. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Rezerva Vara Iunie · V07

2026_Matematica_M1_Mate-Info_Rezerva_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V07.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $B=\frac{\pi}{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $6\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

tg ACB AB= , deci 63 AB= , de unde obținem 23AB = 3p 236 6322ABC AB AC Δ · ·= = = 2p

100. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC = 6$ și $\text{tg}C = \frac{1}{3}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $\sqrt{10}$.

Soluție (barem):

1 6 3 AB = , de unde obținem 2AB = 2p 2 10 BC = și, cum 2 BC R = , obținem 10 R = 3p

101. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=3\operatorname{tg}\frac{x}{3}+\sin x-2\sin\frac{2x}{3}$, unde $x\in\left(0,\frac{3\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

Soluție (barem):

1tg 6 3 π = , sin 1 2 π = , 3sin 3 2 π = 3p 1 3 3 1 2 3 1 3 1 2 2 3 E π = · + − · = + − = 2p

102. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M1_Mate-Info_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\left(1+\operatorname{tg}^2 x\right)\sin\frac{x}{2}+\cos 3x$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

Soluție (barem):

tg 3 3 π = , 1sin 6 2 π = , cos 1 π = − 3p ( ) ( ) 2 1 1 1 3 1 4 1 1 3 2 2 E π = + · + − = · − = 2p